

DER VITRUVIANISCHE MENSCH

Diese Arbeit wurde angefertigt von:

Bosco Servatius
Guillermo Rebollo de Garay

Betreuung:
Axel Stöcker

Inhalt

1. Kurzfassung	4
2. Material und Methoden	5
3. Ergebnisse	8
4. Diskussion der Ergebnisse	13
5. Literaturverzeichnis	14
6. Anhang	15

1. Kurzfassung

Der vitruvianische Mensch ist ein bekanntes Gemälde von Leonardo Da Vinci. Wir haben das Bild analysiert. Die wichtigsten „Behauptungen“, die darin enthalten sind, lauten:

- Der Mensch passt genau in ein Quadrat, wenn er sich entsprechend hinstellt. Der Quadratmittelpunkt liegt dann im Schritt.
- Der Mensch passt genau in einen Kreis, wenn er sich entsprechend hinstellt. Der Kreismittelpunkt liegt dann im Bauchnabel.
- Das Verhältnis aus Quadratseite und Kreisradius entspricht dem goldenen Schnitt.

Wir haben 22 Personen vermessen, um zu überprüfen, ob diese Behauptungen stimmen. Unser Ergebnis ist, dass sie überraschend genau zutreffen. Die Abweichungen liegen nur zwischen 1,1% und 2,9%.

2. Material und Methoden

Eines der berühmtesten Bilder von Leonardo Da Vinci, ist, neben der Mona Lisa, der Vitruvianische Mensch.

Dieses Bild zeigt einen Mann, der sowohl in einem Quadrat als auch in einem Kreis steht. Diese Theorie stammt eigentlich von Marcus Vitruvius Pollio (auch Vitruv genannt), ein römischer Architekt und Ingenieur aus dem 1. Jahrhundert v. Chr. Da Vinci hat diese Theorie bloß veranschaulicht. Mit unserem Projekt wollten wir herausfinden, ob es überhaupt möglich ist, dass ein Mensch perfekt in ein Quadrat bzw. in einen Kreis passt.

Wenn man Da Vincis Bild genauer untersucht, entdeckt man weitere Besonderheiten des Vitruvianischen Menschen:

1. Wenn ein Mensch perfekt in einem Kreis steht, liegt der Kreismittelpunkt im Bauchnabel.
2. Wenn ein Mensch perfekt in einem Quadrat steht, befindet sich der Quadratmittelpunkt im Schritt.

Um Vitruvs Behauptung zu überprüfen, sind wir folgendermaßen vorgegangen:

Quadrat

Bei jeder Person haben wir folgende Längen gemessen (siehe Abb. 1):

- Die Höhe
- Die Spannweite
- Den Abstand zwischen Schritt und Boden

Da bei einem Quadrat die Höhe und die Breite identisch sind, haben wir die Höhe und die Spannweite vieler Personen gemessen um herauszufinden, ob die Werte bei allen, oder zumindest bei manchen den Voraussetzungen entsprechen. Bei denen, wo die Größe und die Spannweite nicht gleich waren, haben wir einen Mittelwert erstellt, um das optimale Quadrat für sie zu finden. Vom Schritt bis zum Boden haben wir gemessen um herauszufinden, ob sich der Mittelpunkt bei der entsprechenden Person auch wirklich dort befindet.

Kreis

Beim Kreis haben wir folgende Werte gemessen:

- Vom Bauchnabel bis zum Boden
- Vom Bauchnabel bis zur Fußspitze, wobei die Beine mit einem 56° Winkel gespreizt sind
- Vom Bauchnabel bis zur Handspitze, wobei die Arme mit einem 21° Winkel mit der Waagerechten bildet.

Diese Werte haben wir ebenfalls gemessen, um herauszufinden ob die Werte den Voraussetzungen entsprechen. Auch haben wir für jede Person einen Optimalen Kreis errechnet.

Außerdem haben wir einen prozentualen relativen Fehler für jede Abweichung berechnet, sowohl für das Quadrat als auch für den Kreis.

Beim Quadrat sind wir dafür folgendermaßen vorgegangen: Wir haben den absoluten Fehler (d.h. die cm die der Person zu den Quadratseiten fehlen bzw. überschüssig sind) durch den Mittelwert dividiert und das Ergebnis mit 100 multipliziert.

Die anderen relativen Fehler haben wir auch auf diese Art berechnet.

Damit haben wir für jede Person 3 Fehlerwerte bekommen:

1. Relativer Fehler der Quadratseite: Er ist ein Maß für die Abweichung zwischen Spannweite und Größe.

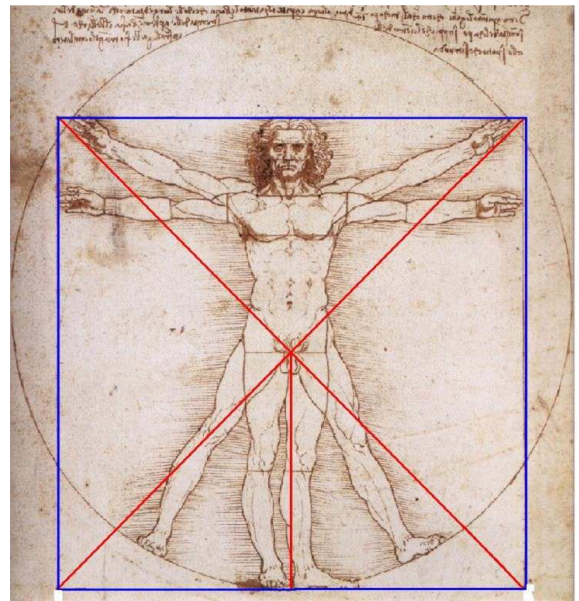


Abb. 1: Die gemessenen Größen Höhe und Spannweite (blau) und der Abstand Schritt-Boden (rot). Außerdem sieht man, dass sich die Diagonalen des Quadrats (rot) im Schritt schneiden. Quelle: [2]

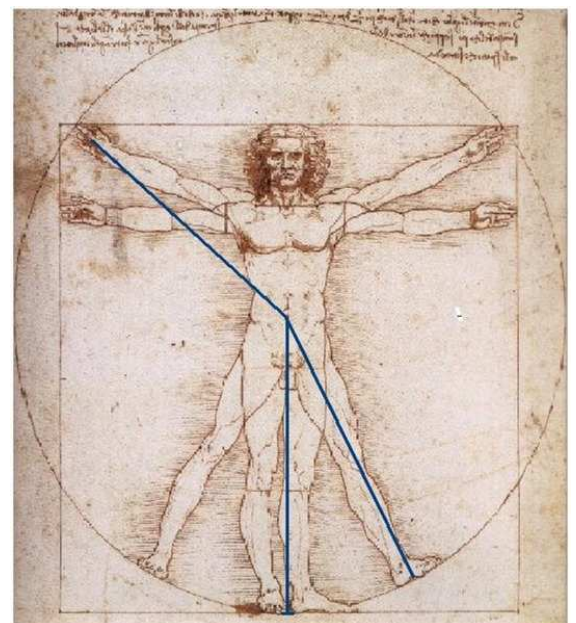


Abb. 2: Die drei gemessenen Kreisradien. Man sieht, dass der Kreismittelpunkt im Nabel liegt. Quelle: [2]

* Die Winkel wurden vom Bild entnommen

2. Relativer Fehler des Quadratmittelpunkts. Er ist ein Maß für die Abweichung des Schrittes vom Mittelpunkt des Quadrates.
3. Relativer Fehler des Kreismittelpunkts. Er ist ein Maß für die Abweichung des Nabels vom Kreismittelpunkt. Dazu Haben wir auch die Formel der Standartabweichung aus dem Exel-Programm benutzt. Die Standartabweichung ist ein Maß für die Abweichung zwischen den Kreisradien.

Danach haben wir den Betrag der drei Prozentwerte addiert und von hundert abgezogen. Das Ergebnis, wie z.B. 94,6%, haben wir dann Vitruv-Grad genannt. Der Vitruv-Grad zeigt an, wie „richtig“ ein Mensch (nach Da Vinci) ist, d.h. wie genau er mit da Vincis Bild übereinstimmt.

Da wir auch herausfinden wollten, ob das Alter bei den Messergebnissen eine Rolle spielt, haben wir sowohl Kinder als Erwachsene vermessen und deren Vitruv-Grad berechnet.

Außerdem haben wir in Wikipedia die Information gefunden, dass das Verhältnis aus Quadratseite und Radius in Da Vincis Bild dem goldenen Schnitt entspricht.

Der Goldene Schnitt ist ein Streckenverhältnis, bei dem sich der kleine zum großen Teil genauso verhält wie der große zu der ganzen Strecke. Die genaue Zahl für das Verhältnis liegt bei 1,618.

Auch hier wollten wir überprüfen, ob der goldene Schnitt bei realen Personen auftaucht.



Abb. 3: **Der goldene Schnitt.** Die Strecke ist so geteilt, dass gilt $\frac{a}{b} = \frac{a+b}{a}$. Das ist der Fall

wenn $\frac{a}{b} = 1,618$ ist.

Quelle: [1], [3]

3. Ergebnisse

Tabelle 1: Ergebnisse zur Vermessung des Quadrats

Person Nr.	Ge.	Alter	Größe (cm)	Spannweite (cm)	Mittelwert (cm)	Abweichung (cm)	Abweichung (%)	Abstand Schritt-Boden	Abweichung des Schritts vom Quadrat-Mittelpunkt (cm)	Abweichung des Schritts vom Quadrat-Mittelpunkt (%)
1	f	13	153	151	152	1,0	0,7	71	-5	-3,3
2	f	13	161	161	161	0,0	0,0	80	-0,5	-0,3
3	f	13	162	165	163,5	1,5	0,9	80	-1,75	-1,1
4	f	13	159	159	159	0,0	0,0	76	-3,5	-2,2
5	m	13	151	148	149,5	1,5	1,0	71	-3,75	-2,5
6	f	13	169	173	171	2,0	1,2	79	-6,5	-3,8
7	f	13	160	154	157	3,0	1,9	74	-4,5	-2,8
8	m	14	157	161	159	2,0	1,3	73	-6,5	-4,1
9	m	13	171	177	174	3,0	1,7	83	-4	-2,3
10	m	13	159	161	160	1,0	0,6	80	0	0,0
11	m	12	157	153	155	2,0	1,3	75	-2,5	-1,6
12	f	13	142	133	137,5	4,5	3,3	68	-0,75	-0,5
13	f	13	145	146	145,5	0,5	0,3	68	-4,75	-3,3
14	m	13	177	179	178	1,0	0,6	90	1	0,6
15	m	>20	179	183	181	2,0	1,1	85	-5,5	-3,1
16	m	12	152	150	151	1,0	0,7	77	1,5	1,0
17	m	12	169	175	172	3,0	1,7	84	-2	-1,2
18	f	>20	160	162	162	2,0	1,2	76	-5	-3,1
19	f	>20	166	170	170	4,0	2,4	88	3	1,8
20	m	>20	182	184	184	2,0	1,1	83	-9	-4,9
21	f	>20	172	170	170	2,0	1,2	80	-5	-2,9
22	f	>20	176	174	174	2,0	1,1	86	-1	-0,6
Mittelwert						1,9	1,1		-3,0	-1,8

Tabelle 2: Ergebnisse zur Vermessung des Kreises

Person Nr.	Ge.	Alter	Abstand Nabel-Boden (cm)	Abstand Nabel-Fuß (cm)	Abstand Nabel-Hand (cm)	Mittel-Wert (cm)	Standard-Abweichung (cm)	relative Abweichung (%)
1	f	13	91	91	85	89,0	3,5	3,9
2	f	13	102	102	91	98,3	6,4	6,5
3	f	13	103	103	103	103,0	0,0	0,0
4	f	13	96	97	97	96,7	0,6	0,6
5	m	13	90	90	85	88,3	2,9	3,3
6	f	13	103	101	97	100,3	3,1	3,0
7	f	13	94	95	92	93,7	1,5	1,6
8	m	14	100	97	93	96,7	3,5	3,6
9	m	13	107	105	100	104,0	3,6	3,5
10	m	13	98	99	88	95,0	6,1	6,4
11	m	12	96	97	91	94,7	3,2	3,4
12	f	13	85	89	75	83,0	7,2	8,7
13	f	13	90	91	87	89,3	2,1	2,3
14	m	13	109	109	109	109,0	0,0	0,0
15	m	>20	109	111	109	109,7	1,2	1,1
16	m	12	93	94	91	92,7	1,5	1,6
17	m	12	105	105	102	104,0	1,7	1,7
18	f	>20	98	101	100	99,7	1,5	1,5
19	f	>20	100	100	100	100,0	0,0	0,0
20	m	>20	111	113	104	109,3	4,7	4,3
21	f	>20	105	104	102	103,7	1,5	1,5
22	f	>20	108	110	101	106,3	4,7	4,4
Mittelwert							2,7	2,9

Tabelle 3: Vitruv-Grad der vermessenen Personen

Person Nr.	Ge.	Alter	Abweichung Höhe/Spannweite (%)	Abweichung des Schritts vom Quadratmittelpunkt (%)	relative Abweichung der Kreisradien (%)	Vitruv-Grad (%)
1	f	13	0,7	-3,3	3,9	92,2
2	f	13	0,0	-0,3	6,5	93,2
3	f	13	0,9	-1,1	0,0	98,0
4	f	13	0,0	-2,2	0,6	97,2
5	m	13	1,0	-2,5	3,3	93,2
6	f	13	1,2	-3,8	3,0	91,9
7	f	13	1,9	-2,8	1,6	93,6
8	m	14	1,3	-4,1	3,6	91,0
9	m	13	1,7	-2,3	3,5	92,5
10	m	13	0,6	0,0	6,4	93,0
11	m	12	1,3	-1,6	3,4	93,7
12	f	13	3,3	-0,5	8,7	87,5
13	f	13	0,3	-3,3	2,3	94,1
14	m	13	0,6	0,6	0,0	98,9
15	m	>20	1,1	-3,1	1,1	94,8
16	m	12	0,7	1,0	1,6	96,7
17	m	12	1,7	-1,2	1,7	95,4
18	f	>20	1,2	-3,1	1,5	94,1
19	f	>20	2,4	1,8	0,0	95,8
20	m	>20	1,1	-4,9	4,3	89,6
21	f	>20	1,2	-2,9	1,5	94,4
22	f	>20	1,1	-0,6	4,4	93,8
Mittelwert			1,1	-1,8	2,9	93,9

Tabelle 4: Ergebnisse zum goldenen Schnitt

Person Nr.	Ge.	Alter	Seitenlänge des optimalen Quadrats (cm)	Radius des optimalen Kreises (cm)	Verhältnis Quadratseite: Radius	Abweichung vom goldenen Schnitt (absolut)	Abweichung vom goldenen Schnitt (%)
1	f	13	152	89,0	1,708	0,090	5,3
2	f	13	161	98,3	1,637	0,019	1,1
3	f	13	164	103,0	1,587	-0,031	-1,8
4	f	13	159	96,7	1,645	0,027	1,6
5	m	13	150	88,3	1,692	0,074	4,4
6	f	13	171	100,3	1,704	0,086	5,1
7	f	13	157	93,7	1,676	0,058	3,5
8	m	14	159	96,7	1,645	0,027	1,6
9	m	13	174	104,0	1,673	0,055	3,3
10	m	13	160	95,0	1,684	0,066	3,9
11	m	12	155	94,7	1,637	0,019	1,1
12	f	13	138	83,0	1,657	0,039	2,3
13	f	13	146	89,3	1,629	0,011	0,6
14	m	13	178	109,0	1,633	0,015	0,9
15	m	>20	181	109,7	1,650	0,032	1,9
16	m	12	151	92,7	1,629	0,011	0,7
17	m	12	172	104,0	1,654	0,036	2,1
18	f	>20	162	99,7	1,625	0,007	0,4
19	f	>20	170	100,0	1,700	0,082	4,9
20	m	>20	184	109,3	1,683	0,065	3,9
21	f	>20	170	103,7	1,640	0,022	1,3
22	f	>20	174	106,3	1,636	0,018	1,1
Mittelwert					1,656	0,038	2,2

Tabelle 5: Ergebnisse der Frauen

Person Nr.	Ge.	Alter	Abweichung Höhe/Spannweite (%)	Abweichung des Schritts vom Quadratmittelpunkt (%)	relative Abweichung des Kreisradien (%)	Vitruv-Grad (%)	Abweichung vom goldenen Schnitt (%)
1	f	13	0,7	-3,3	3,9	92,2	1,60
2	f	13	0,0	-0,3	6,5	93,2	2,60
3	f	13	0,9	-1,1	0,0	98,0	5,57
4	f	13	0,0	-2,2	0,6	97,2	2,15
6	f	13	1,2	-3,8	3,0	91,9	1,39
7	f	13	1,9	-2,8	1,6	93,6	0,29
12	f	13	3,3	-0,5	8,7	87,5	1,45
13	f	13	0,3	-3,3	2,3	94,1	3,11
18	f	>20	1,2	-3,1	1,5	94,1	3,31
19	f	>20	2,4	1,8	0,0	95,8	1,13
21	f	>20	1,2	-2,9	1,5	94,4	2,45
22	f	>20	1,1	-0,6	4,4	93,8	2,66
Mittelwert			1,2	-1,8	2,8	93,8	2,3

Tabelle 6: Ergebnisse der Männer

Person Nr.	Ge.	Alter	Abweichung Höhe/Spannweite (%)	Abweichung des Schritts vom Quadratmittelpunkt (%)	relative Abweichung der Kreisradien (%)	Vitruv-Grad (%)	Abweichung vom goldenen Schnitt (%)
5	m	13	1,0	-2,5	3,3	93,2	0,68
8	m	14	1,3	-4,1	3,6	91,0	2,15
9	m	13	1,7	-2,3	3,5	92,5	0,47
10	m	13	0,6	0,0	6,4	93,0	0,19
11	m	12	1,3	-1,6	3,4	93,7	2,60
14	m	13	0,6	0,6	0,0	98,9	2,85
15	m	>20	1,1	-3,1	1,1	94,8	1,82
16	m	12	0,7	1,0	1,6	96,7	3,06
17	m	12	1,7	-1,2	1,7	95,4	1,62
20	m	>20	1,1	-4,9	4,3	89,6	0,11
Mittelwert			1,1	-1,8	2,9	93,9	1,6

Tabelle 7: Ergebnisse der Personen im Wachstum

Person Nr.	Ge.	Alter	Abweichung Höhe/Spannweite (%)	Abweichung des Schritts vom Quadratmittelpunkt (%)	relative Abweichung der Kreisradien (%)	Vitruv-Grad (%)	Abweichung vom goldenen Schnitt (%)
11	m	12	1,3	-1,6	3,4	93,7	2,60
16	m	12	0,7	1,0	1,6	96,7	3,06
17	m	12	1,7	-1,2	1,7	95,4	1,62
1	f	13	0,7	-3,3	3,9	92,2	1,60
2	f	13	0,0	-0,3	6,5	93,2	2,60
3	f	13	0,9	-1,1	0,0	98,0	5,57
4	f	13	0,0	-2,2	0,6	97,2	2,15
5	m	13	1,0	-2,5	3,3	93,2	0,68
6	f	13	1,2	-3,8	3,0	91,9	1,39
7	f	13	1,9	-2,8	1,6	93,6	0,29
9	m	13	1,7	-2,3	3,5	92,5	0,47
10	m	13	0,6	0,0	6,4	93,0	0,19
12	f	13	3,3	-0,5	8,7	87,5	1,45
13	f	13	0,3	-3,3	2,3	94,1	3,11
14	m	13	0,6	0,6	0,0	98,9	2,85
8	m	14	1,3	-4,1	3,6	91,0	2,15
Mittelwert			1,1	-1,7	3,1	93,9	2,0

Tabelle 8: Ergebnisse der ausgewachsenen Personen

Person Nr.	Ge.	Alter	Abweichung Höhe/Spannweite (%)	Abweichung des Schritts vom Quadratmittelpunkt (%)	relative Abweichung der Kreisradien (%)	Vitruv-Grad (%)	Abweichung vom goldenen Schnitt (%)
15	m	>20	1,1	-3,1	1,1	94,8	1,82
18	f	>20	1,2	-3,1	1,5	94,1	3,31
19	f	>20	2,4	1,8	0,0	95,8	1,13
20	m	>20	1,1	-4,9	4,3	89,6	0,11
21	f	>20	1,2	-2,9	1,5	94,4	2,45
22	f	>20	1,1	-0,6	4,4	93,8	2,66
Mittelwert			1,4	-2,1	2,1	93,8	1,9

4. Diskussion der Ergebnisse

Wir haben folgendes herausgefunden:

Manche Leute passen von Natur aus perfekt in ein Quadrat bzw. in einen Kreis, die meisten aber nicht. Im Mittel weichen die Personen um 1,1% vom Quadrat und 2,9% vom Kreis ab. Bei 18 von 22 Personen lag der Schritt der Personen tiefer als der Mittelpunkt des Quadrates. Im Durchschnitt war der Schritt 3cm oder 1,8% zu tief.

Von 22 Personen die wir gemessen haben, haben 2 perfekt in ein Quadrat und 2 perfekt in deinen Kreis gepasst.

Der durchschnittliche Vitruv-Grad von allen Personen betrug 93,9%.

- Der höchste Wert war 98,9%.
- Der niedrigste Wert war 87,5%.

Beim Quadrat war die Abweichung um 1,8% niedriger als im Kreis, d. h. im Durchschnitt passten die Personen besser in ein Quadrat als in einen Kreis.

Der Mittelwert des Verhältnisses aus Quadratseite und Radius bei den von uns vermessenen Personen war 1,656. Das liegt ziemlich nahe beim goldenen Schnitt (1,618). Der relative Fehler beträgt nur 2,2%.

Zwischen Männern und Frauen gab es keinen bemerkenswerten Unterschied.

Bei Kinder und Erwachsenen gab es auch keine bemerkenswerten Unterschiede, außer vielleicht bei den Kreisradien (1%). Dieses Ergebnis könnte aber etwas ungenau sein, da wir nur wenige Erwachsene vermessen haben.

Unser Gesamtfazit lautet:

Im Durchschnitt stimmen die vermessenen Personen überraschend genau mit Da Vincis Bild überein. Die größte Abweichung gibt es beim Kreis, aber auch die beträgt nur 2,9%.

5. Literaturverzeichnis

[1] www.Wikipedia.de

[2] <http://opinemos.files.wordpress.com/2008/10/vitruvio1.jpg>

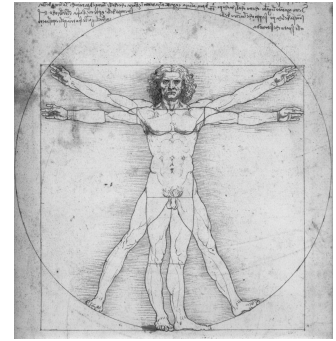
[3] <http://did.mat.uni-bayreuth.de/mmlu/goldenerschnitt/lu/index.html>

6. Anhang

Die von uns vermessenen Personen haben ein „Da Vinci Diplom“ bekommen (siehe nächste Seite).



DA VINCI DIPLOM



Dieses Diplom zeigt Ihnen, _____, wie gut Sie Da Vincis Bild vom vitruvianischen Menschen entsprechen.

Am besten passen Sie in ein Quadrat mit einer Seitenlänge von _____ cm.

ABWEICHUNG a1: _____ %

So dass Sie für ein perfektes Quadrat _____ cm. zu groß / klein sind.

Ihr Schritt befindet sich _____ cm über/unter dem Quadratmittelpunkt.

ABWEICHUNG a2: _____ %

Am besten passen Sie in einen Kreis mit dem Durchmesser von _____ cm,

so dass Sie für einen perfekten Kreis _____ cm. lange / kurze Beine haben

ABWEICHUNG (a3): _____ %

VITRUV-GRAD*: _____ %

Je näher dieser Wert bei 100% liegt, desto besser stimmen Sie mit vitruvianischen Menschen von Leonhardo Da Vinci überein.

Jugend forscht `09 _____

BOSCO SERVATIUS

GUILLERMO REBOLLO

Bosco , Axel und Guillermo danken für Ihre Hilfe für das Jugendforschtprojekt.

* : 100%-a1-a2-a3